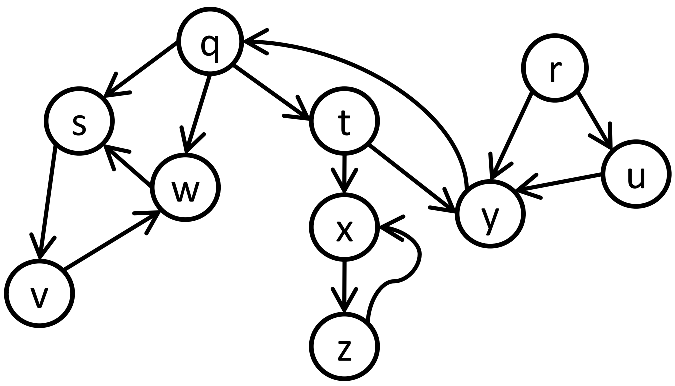
GRAFOVÉ ALGORITMY - CVIČENÍ 5: SILNĚ SOUVISLÉ KOMPONENTY

Převzato z Cormen, Leiserson, Rivest, Stein: Introduction to algorithms. The MIT Press and McGraw-Hill, 2001; kapitola 22.

Příklad 1. Jak se může změnit počet silně souvislých komponent grafu, pokud přidáme jednu hranu?

Příklad 2. Demonstrujte práci procedury SCC(G) na grafu z obrázku 1. Především ukažte časy dokončení uzlů z kroku 1 a les vytvořený krokem 3. Opět předpokládejte vzestupné alfabetické vybírání uzlů algoritmem DFS a uložení do seznamů sousedů stejně tak.



Obrázek 1: Příklad 2

Příklad 3. Mějme tvrzení, že algoritmus pro určování silně souvislých komponent může být zjednodušen použitím původního grafu (místo transponováného) v druhém prohledávání do hloubky s tím, že budeme uzly vybírat v pořadí vzrůstajícího času dokončení uzlů (f). Je toto tvrzení správné?

Příklad 4. Dokažte, že pro každý orientovaný graf G platí $((G^T)^{SCC})^T = G^{SCC}$, kde T značí transpozici a SCC graf komponent grafu G. Jinými slovy, transponovaný graf komponent grafu G^T je ekvivalentní grafu komponent grafu G.

Příklad 5. Navrhněte algoritmus s časovou složitostí $O(V+E)$, který vypočte graf komponent orientovaného grafu $G = (V,E)$. Navíc zajistěte, aby mezi dvěma uzly vyprodukovaného grafu komponent byla nejvýše jedna hrana.

Příklad 6. Pro zadaný orientovaný graf $G = (V,E)$ vysvětlete (vytvořením rychlého algoritmu), jak lze vytvořit jiný graf $G' = (V,E')$ takový, že splňuje následující tři podmínky:

a) G' má stejné silně souvislé komponenty jako G;

b) G' má stejný graf komponent jako G;

c) $|E'|$ je minimální možné.

Příklad 7. Orientovaný graf $G = (V, E)$ nazveme *částečně souvislý*, pokud pro všechny dvojice uzlů, $u, v \in V$, platí $u \rightsquigarrow v$ nebo $v \rightsquigarrow u$. Navrhněte efektivní algoritmus, který zjistí, zda je daný orientovaný graf G částečně souvislý. Dokažte korektnost tohoto algoritmu a analyzujte jeho časovou složitost.